Inspectoratul Şcolar Județean
Harghita

Olimpiada de matematică – clasa a XI-a
etapa zonală – 11 februarie 2012

1. Determinați $a,b,c \in \mathbb{R}$, pentru care

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt{an^2+bn+c}-2n-3\right)=2012.$$

2. Fie $A \in M_3(\mathbb{R}^*)$ o matrice, cu aceeaşi elemente pe diagonala principală, iar pe fiecare linie şi pe fiecare coloană produsul elementelor este 1. Să se demonstreze că $\det(A) \geq 0$.

3. Calculați suma elementelor de pe diagonala principală a matricei $A \in M_2(\mathbb{R})$, dacă $A^3 = I_2$.

4. Fie şirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ cu $a_0=1$, $a_1=3$ şi $(n+1)a_{n+2}-(n+2)a_{n+1}+a_n=0$ pentru $n\in\mathbb{N}$.

a) Determinați termenul general al şirului şi studiați convergența sa!
b) Calculați limita şirului cu termenul general $x_n=(2+2e-a_n)^{n!}$, $n\in\mathbb{N}$.

Timp de lucru: 3 ore
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7

Csapó Hajnalka, Páll Olga, Tamási Csaba